1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

E témakört (különösen a gondolkodási módszereket, a halmazokat és a matematikai logikát) elsősorban nem önállóan számon kérhető ismeretanyagként kell elképzelni, hanem olyan szemléletformáló, a matematikaoktatás egészét átszövő módszerek, illetve eszközök összességeként, amely szinte teljes egészében megjelenik minden további témakörben is.

1.1 Halmazok	Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.
1.1.1 Halmazműveletek	Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: egyesítés, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.
1.1.2 Számosság, részhalmazok	Véges halmazok elemeinek száma.
1.2 Matematikai logika	Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Ismerje és alkalmazza megfelelően a kijelentés (állítás, ítélet) fogalmát. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza az állítás tagadása műveletet. Ismerje az "és", a "(megengedő) vagy" logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Értse és használja helyesen az implikációt és az ekvivalenciát. Használja helyesen a "minden", "van olyan" kvantorokat.
1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában	Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a "szükséges", az "elégséges" és a "szükséges és elégséges" feltétel fogalmát
1.3 Kombinatorika	Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. (Permutációk, variációk, kombinációk.) Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.
1.4. Gráfok	Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.

2. Aritmetika, algebra, számelmélet

Az algebra tanításának egyik fő célja annak felfedeztetése és megértetése, hogy egymástól távol állónak tűnő problémák ugyanazon matematikai, algebrai struktúrával rendelkeznek, ezért megoldásuk során hasonló eljárásokat, gondolatmeneteket alkalmazhatunk, s leírásuk formálisan azonos módon történik. (Például különböző témakörökből vett másodfokú egyenletre vezető feladatok.)

Fontos a számolás során megismert műveleti szabályok absztrahálása, a jártasság megszerzése a betűkifejezésekkel végzett műveletekben. Meg kell mutatni a számfogalom bővítésének szükségességét és folyamatát. El kell juttatni a tanulókat a permanencia-elv fontosságának felismeréséhez.

2.1 Alapműveletek	Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).
2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat.
	Tudja a számelmélet alaptételét alkalmazni feladatokban.
2.2.1 Oszthatóság	Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.
2.2.2 Számrendszerek	Tudjon más számrendszerek létezéséről. Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből *n* alapú számrendszerbe és viszont. Helyiértékes írásmód.
2.3 Racionális és irracionális számok	Tudja definiálni a racionális számot és ismerje az irracionális szám fogalmát. Tudja eldönteni, hogy *n* (*n* N) mikor racionális, mikor irracionális szám.
2.4 Valós számok	Ismerje a valós számkör felépítését (N, Z, Q, Q*, R), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Tudja az abszolútérték definícióját, és tudja konkrét számok abszolútértékét megállapítani. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal.
2.5 Hatvány, gyök, logaritmus	A hatványozás értelmezése racionális kitevő esetén, permanencia elv.
	Ismerje és használja a hatványozás azonosságait.
	Definiálja és használja az *na* fogalmát. Tudjon számolni hatvány- és gyökkifejezésekkel.
	Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.
	Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait. Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.
2.6 Betűkifejezések	Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.
2.6.1 Nevezetes azonosságok	Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását:

	[(*a* + *b*)2; (*a* - *b*)2; (*a* + *b*)3; (*a* - *b*)3; *a*2 - *b*2; *a*3 - *b*3].
	Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).
2.7 Arányosság	Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Tudjon arányossági feladatokat megoldani.
2.7.1 Százalékszámítás	Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.
2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek	Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése stb.
2.8.1 Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek	Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyneleteket megoldani. Kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer megoldása. Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.
Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek	Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.
	Tudja meghatározni a diszkrimináns fogalmát.
	Ismerje és alkalmazza a megoldóképletet. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét.
	Alkalmazza feladatokban a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket és a gyöktényezős alakot.
	Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani.
	Másodfokú egyenletrendszerek megoldása.
Magasabb fokú egyenletek	Egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.
Négyzetgyökös egyenletek	Tudjon (*ax+b)=cx+d* típusú, valamint két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani.
2.8.2 Nem algebrai egyenletek Abszolútértékes egyenletek	Tudjon |*ax+b*| = *c* típusú egyenleteket algebrai és grafikus módon, valamint |*ax+b*| = *cx+d* típusú egyenleteket megoldani.
Exponenciális és logaritmikus egyenletek	Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.
Trigonometrikus egyenletek	Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.
2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek	Ismerje az egyenlőtlenségek alaptulajdonságait (mérlegelv alkalmazása).
	Egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségek és egyszerű egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.
	Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus (0° < 360°) egyenlőtlenségeket megoldani.
2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek	Az aritmetikai közép és a geometriai közép fogalma, kapcsolatuk, használatuk.

3. Függvények, az analízis elemei

A témakör (hasonlóan a geometria, illetve a valószínűségszámítás, statisztika fejezetekhez) különösen alkalmas annak szemléltetésére, hogy egy probléma matematikai megoldása három lépésben történik: a matematikai modell megalkotása, a matematikai feladat megoldása a modellen belül, és az eredmény értelmezése. Fontos terület a függvényábrázolás alkalmazása egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásában.

3.1 A függvény	A függvény matematikai fogalma. Ismerje a függvénytani alapfogalmakat. (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet).
	Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni. Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén f(x) = c alapján az x-et meghatározni. Ismerje az egy-egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál. Az inverzfüggvény fogalmának szemléletes értelmezése (pl. az exponenciális és a logaritmus függvény vagy a geometriai transzformációk).
3.2 Egyváltozós valós függvények	Ismerje és tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott (alapvető) fügvvényeket: *xax+b*; *xx*2; *xxn*; *n* N; *xax*2+*bx+c*; *xx*; *x*|*x*|; *xa*/*x*; *xsinx*; *xcosx*; *xtgx*; *xax*; *x*log*ax*.
3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk	Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról.
	Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni [*f*(*x*) + *c*; *f*(*x*+*c*); *c* (*f*(*x*); *f*(*cx*)].
3.2.2 A függvényjellemzése	Egyszerű függvények jellemzése (grafikon alapján) értékkészlet, zérushely, növedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás szempontjából.
3.3 Sorozatok	Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait. Tudja felírni rekurzív képlettel adott sorozat tagjait.
3.3.1 Számtani és mértani sorozatok	Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az *an*-re, illetve az *Sn*-re vonatkozó

	összefüggéseket kell használni.
3.3.3 Kamatos kamat, járadékszámítás	Tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.

4. Geometria, koordinátageometria, trigonometria

A témakör követelményeit abban a tudatban kell megfogalmaznunk, hogy a geometria szerepe, funkciója, hangsúlyai sokat változtak az elmúlt évtizedekben. Ennek következtében a szintetikus geometria egyes területeken háttérbe szorult. Szem előtt kell tartani ugyanakkor, hogy a geometria oktatása segíti a pontos fogalomalkotást, a struktúraalkotás képességét és fejleszti a térszemléletet.

4.1 Elemi geometria	Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.
4.1.1 Térelemek	Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.
	Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.
4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok	Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező, parabola fogalmát. Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.
Síkban	Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat, és alkalmazza azokat.
	Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit. Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
Térben	Ismerje a térbeli egybevágósági transzformációkat (eltolás, tengely körüli forgatás, pontra vonatkozó tükrözés, síkra vonatkozó tükrözés).
4.2.2 Hasonlósági transzformációk	Ismerje a transzformációk leírását, tulajdonságait, alkalmazza azokat. Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Szakasz adott arányú felosztása. Hasonló alakzatok felismerése, alkalmazása, arány felírása. Tudja és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.
4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok	Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.
Háromszögek	Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van). Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.
	Tudja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör).
	Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Szögfelezőtétel ismerete, alkalmazása.
	Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
	Ismerje és alkalmazza feladatokban a magasság- és a befogótételt.
Négyszögek	Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid) és tulajdonságaikat, alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.
	Konvex síknégyszög belső és külső szögeinek összege, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.
Sokszögek	Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket.
	Tudja a szabályos sokszögek definícióját.
Kör	A kör részeinek ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.
	Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.
	A szög mérése fokban és radiánban.
	Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.
	Tudja és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását.
4.3.2 Térbeli alakzatok	Henger, kúp, gúla, hasáb, gömb, csonkagúla, csonkakúp ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.
4.4 Vektorok síkban és térben	Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
	- vektor fogalma, abszolútértéke, - nullvektor, ellentett vektor, - vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa, - vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok,
	- vektor felbontása összetevőkre. Skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai.
	Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
	- vektor koordinátái, - a vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái,
	- vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái,

	- skalárszorzat kiszámítása koordinátákból. Vektorok alkalmazása feladatokban.
4.5 Trigonometria	Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban. Tudja a szögfüggvények általános definícióját.
	Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye, pitagoraszi összefüggés.
	Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból. Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényeit.
	Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.
	Tudja és használja a szinusz- és a koszinusztételt. Tudjon számolásokat végezni általános háromszögben
4.6 Koordinátageometria	Tudja *AB* vektor koordinátáit, abszolútértékét.
4.6.1 Pontok, vektorok	Két pont távolságának, szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak felírása, alkalmazása feladatokban.
	A háromszög súlypontja koordinátáinak felírása, alkalmazása feladatokban.
4.6.2 Egyenes	Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.
	Egyenesek metszéspontjának számítása. Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordinátageometriai eszközökkel.
4.6.3 Kör	Adott középpontú és sugarú körök egyenletének felírása. Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása. Kör és egyenes metszéspontjának meghatározása. A kör adott pontjában húzott érintő egyenletének felírása. Alkalmazza ismereteit feladatokban.
4.7 Kerület, terület	Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát. Háromszög területének kiszámítása különböző adatokból: $t = ama / 2$; $t = (ab \sin) / 2$.
	Nevezetes négyszögek területének számítása. Szabályos sokszögek kerületének és területének számítása.
	Kör, körcikk, körszelet kerülete, területe. Kerület- és területszámítási feladatok.
4.8 Felszín, térfogat	Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.
	Egyenes hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínének és térfogatának kiszámítása képletbe való behelyettesítéssel.

5. Valószínűségszámítás, statisztika

A modern tudományelmélet egyik fontos pillére az a gondolkodásmód, amellyel a sztochasztikus jelenségek leírhatók. A társadalomtudományi, a természettudományi és a közgazdasági törvényeink nagy része csak statisztikusan igaz. A mindennapi élet történéseit sem lehet megérteni statisztikai ismeretek nélkül, mivel ott is egyre gyakrabban olyan tömegjelenségekkel kerülünk szembe, amelyek a statisztika eszközeivel kezelhetők. A sztochasztika gondolkodásmódja a XXI. század elejére az emberi gondolkodásnak, döntéseknek és cselekvéseknek olyannyira alapvető része lesz, hogy elsajátítása semmiképpen sem kerülhető meg.

Ebben a témakörben középszinten csak az alapfogalmak megértését és használatát követeljük meg, míg emelt szinten a téma matematikai felépítésének egyes részeiről is számot kell adni. E fejezet követelményrendszere két ellentétes tendencia közötti kompromisszum jegyében született, mely szerint alapvető társadalmi szükség mutatkozik a téma iránt, miközben a tanításban elfoglalt helye ma még igencsak perifériku.

5.1 Leíró statisztika	Tudjon adott adathalmazt szemléltetni.
5.1.1 Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai	Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni.
	Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát. Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni.
	Tudjon adott diagramról információt kiolvasni. Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság.
5.1.2 Nagy adathalmazok jellemzői, statisztikai mutatók	Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat:
	- aritmetikai átlag (súlyozott számtani közép), - medián (rendezett minta közepe),
	- módusz (leggyakoribb érték).
	Ismerje és használja a következő fogalmakat: terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás. Szórás kiszámolása adott adathalmaz esetén számológéppel. Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.
5.2.1 Véletlenjelenségek jellemzése, valószínűség	Véges sok kimenetel esetén szimmetria-megfontolásokkal számítható valószínűségek (egyenlő esélyű elemi eseményekből) egyszerű feladatokban. Esemény, eseménytér konkrét példák esetén.
	A klasszikus (Laplace-) modell ismerete. Geometriai valószínűség. Szemléletes kapcsolat a relatív gyakoriság és a valószínűség között.
5.2.2. A sokaság paraméterének ismeretében a minta relatív gyakoriságának becslése	Valószínűségek kiszámítása visszatevéses mintavétel estén.